2023/2024 **Devoir n°1 de Mathématique** **Lycée de MERETO**

Durée : 3h **Premier semestre** **Classe : 2^nde^S**

Exercice 1 : (6 pts)

I. On donne $a = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - y^2}}$ et $b = \sqrt{x - \sqrt{x^2 - y^2}}$, avec $x > y \geq 0$.

1. Calculer a^2 ; $b^2 et\ ab$. **(1,5 pts)**

2. En déduire que $(a+b)^2 = 2(x+y)$. **(0,5 pt)**

II. On donne $A = \left(8 + \frac{7}{3} - \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{5} - 3\left(4 + \frac{1}{2}\right)\right)$ $B = \frac{8^{n+1} + 8^n}{3(4^{n+1} - 4^n)}$

$C = \sqrt{11 - \sqrt{\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{200}}}}$ et $D = \frac{(a^2 \times b^3)^{-2}}{a^{-5} \times b^{-7}}$

1. Ecrire A sous la forme d'une fraction irréductible. **(1 pt)**
2. Montrer que $B = 2^n$. **(1 pt)**
3. Montrer que $C = 3$. **(1 pt)**
4. Simplifier D. **(1 pt)**

Exercice 2 : (7 pts)

1. Factorise chacune des expressions suivantes : (2 pts)
   $A = (a^2 + b^2 - 9) - 4a^2b^2$ $B = (a^2 + b^2 - 5)^2 - 4(ab + 2)^2$
2. On donne $A = [3;\ 7]$.
   a. Donne le centre, l'amplitude et le rayon de l'intervalle A. (1 pt)
   b. Traduis à l'aide de la notion de valeur absolue l'appartenance de x à l'intervalle A par une inégalité. (1 pt)
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : (3 pts)
   a) $|2x + 1| = -x + 2$ b) $d(x; -3) = \sqrt{(2x - 7)^2}$ c) $d(x; 2023) = 2 - \sqrt{5}$

Exercice 3 : (7 pts)

1. Soit $a\ et\ b$ deux nombres réels supérieure strictement à 1.
   a. Vérifie que : $\frac{a^2}{a-1} \geq 4$. **(0,5 pt)**
   b. Montre que : $\frac{a^2}{a-1} + \frac{b^2}{b-1} \geq 8$. **(0,5 pt)**
2. Sachant que : $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 11^3 + 12^3 = 6084$;
   $calcule\ 2^3 + 4^3 + 6^3 + \cdots + 22^3 + 24^3$. **(1 pt)**
3. Pour tous $réels\ a\ et\ b$; montre que $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
   Déduis que $(a^2 + b^2)c + (b^2 + c^2)a + (c^2 + a^2)b \geq 6abc$. **(2 pts)**
4. Résoudre les inéquations suivantes : **(2 pts)**
   $a)\ d(2x; 5) < 3$ $b)\ |x + 7| > 8$
5. Donne un encadrement de z tel que $-7{,}72$ soit une valeur approchée par excès à $2.10^{-2}\ près$. **(1 pt)**

BONNE CHANCE !